การควบคุมการทรงตัวของจักรยานหุ่นยนต์โดยตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองเหมาะที่สุด

Balancing Control of Bicycle Robot by Linear Quadratic Optimal Regulator

ภาณุพันธ์ มังคลา[1] พีระยศ แสนโภชน์[1] และชวลิต นฤมิตบวรกุล[1]

Panupun Mungkala,[1] Peerayot Sanposh[1] and Chawalit Narumitbowornkul[1]

บทคัดย่อ

จักรยานหุ่นยนต์เป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพในตัวเอง ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการออกแบบตัวควบคุมของจักรยานหุ่นยนต์ให้สามารถทรงตัวอยู่ได้ด้วยตัวเองด้วยตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองเหมาะที่สุด และเนื่องจากแบบจำลองพลวัตของจักรยานหุ่นยนต์เป็นแบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นทางผู้วิจัยจึงได้ทำการประมาณค่าเป็นแบบเชิงเส้นที่จุดสมดุล แล้วจึงวิเคราะห์เสถียรภาพวงเปิดซึ่งอยู่บนพื้นฐานของแบบจำลองพลวัตเชิงเส้น การออกแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองเหมาะที่สุดจะอยู่บนพื้นฐานของทฤษฎีการควบคุมแบบเชิงเส้นสำหรับแบบจำลองพลวัตเชิงเส้นของจักรยานหุ่นยนต์ จากผลการทดสอบแบบจำลองบนคอมพิวเตอร์ แสดงให้เห็นประสิทธิภาพของการควบคุมนั้นได้ผลเป็นอย่างดี

คำสำคัญ : จักรยานหุ่นยนต์ แบบจำลองพลวัต ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองเหมาะที่สุด แบบจำลองบนคอมพิวเตอร์

Abstract

Bicycle robot is an unstable system. Therefore, in this research, the balancing controller of bicycle robot is designed by Linear Quadratic Optimal Regulator. Since, the dynamic model of bicycle robot is nonlinear, the linearization at an equilibrium point is used. The opened-loop stability is analyzed based on the linear dynamic model. Then, the linear quadratic optimal regulator is designed based on linear control theory for the linear dynamic model of bicycle robot. The computer simulation results show the efficiency of the control algorithm.

Keywords : Bicycle Robot, Dynamic Model, Linear Quadratic Optimal Regulator, Computer Simulation

E-mail : panupun_ku@hotmail.com, peerayot.s@ku.ac.th and deenia38@hotmail.com

[1] ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กรุงเทพฯ 10900

Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University, Bangkok 10900, Thailand

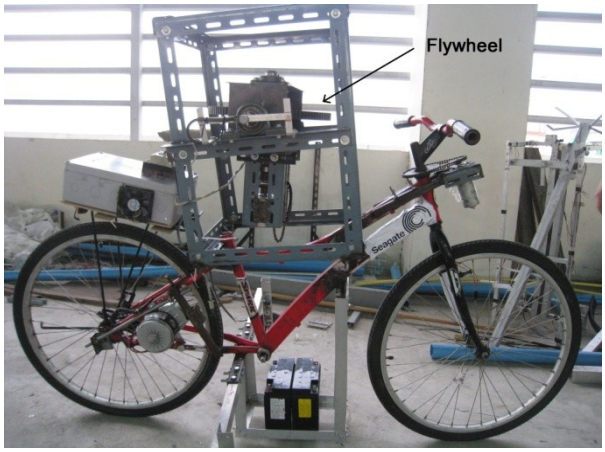
คำนำ

จักรยานหุ่นยนต์ในปัจจุบันได้รับความสนใจเป็นอย่างมากเนื่องจากจักรยานหุ่นยนต์ไม่มีเสถียรภาพในตัวเอง จึงมีงานวิจัยจำนวนมากที่ทำการศึกษาแก้ไขปัญหานี้ เพื่อให้จักรยานหุ่นยนต์สามารถทรงตัวอยู่ได้ด้วยตนเองอย่างสมดุล ในงานวิจัยนี้ได้แสดงแบบจำลองของจักรยานหุ่นยนต์ ซึ่งจะกล่าวถึงแบบจำลองพลวัตไม่เชิงเส้นและแบบจำลองพลวัตแบบเชิงเส้นของจักรยานหุ่นยนต์ โดยแบบจำลองพลวัตเชิงเส้นนั้นเราได้ทำการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบวงเปิด ซึ่งเราสามารถหาสมการลักษณะเฉพาะ และค่าลักษณะเฉพาะของระบบวงเปิด จากนั้นเราได้ทำการตรวจสอบคุณสมบัติการควบคุมได้ และคุณสมบัติการสังเกตได้ ซึ่งพบว่าระบบมีคุณสมบัติดังกล่าว จากนั้นเราได้ทำการออกแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองเหมาะที่สุด โดยจะแสดงในระบบเวลาวิยุต และทำการกำหนดคาบเวลาชักตัวอย่างของระบบเวลาวิยุต จากนั้นจะใช้ทฤษฎีการควบคุมเหมาะที่สุดเพื่อออกแบบตัวควบคุม งานวิจัยนี้มีเป้าหมายเพื่อต้องการหาตัวควบคุมที่เหมาะที่สุด เพื่อให้จักรยานหุ่นยนต์สามารถทรงตัวอยู่ได้ด้วยตัวเอง เมื่อได้ตัวควบคุมที่เหมาะที่สุดแล้ว จากนั้นจะทำการทดสอบตัวควบคุม โดยใช้กล่องเครื่องมือของโปรแกรมแมทแลป

อุปกรณ์และวิธีการ

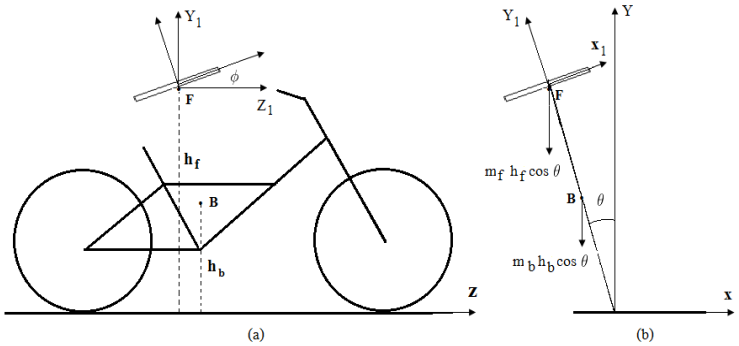
แบบจำลองพลวัตของจักรยานหุ่นยนต์

แบบจำลองพลวัตของจักรยานหุ่นยนต์ จะหาได้จากจักรยานหุ่นยนต์ที่มีอยู่ในห้องปฏิบัติการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ภาพถ่ายจักรยานหุ่นยนต์

แบบจำลองของจักรยานหุ่นยนต์ได้พิจารณาเป็นสองส่วน คือ ส่วนแรกจะพิจารณาที่โครงรถจักรยาน ซึ่งมีหนึ่งองศาอิสระ คือมุมที่เอนเอียงของจักรยานโดยหมุนรอบแกน z และส่วนที่สองจะพิจารณาที่ล้อตุนกำลัง ซึ่งมีสามองศาอิสระ โดยหมุนรอบแกน x_1, y_1, z



รูปที่ 2 แผนภาพแสดงระยะพิกัดอ้างอิง : (a) ด้านข้าง (b) ด้านหน้า

จากรูปที่ 2 กำหนดให้ที่ตำแหน่ง B และ F คือจุดศูนย์ถ่วงของจักรยาน และล้อตุนกำลัง ตามลำดับ โดยมีมุมที่หมุนรอบแกน z เป็น θ และมุมที่หมุนรอบแกน x_1 คือมุม ϕ มีความเร็วเชิงมุมของจักรยานที่หมุนรอบแกน z เป็น $\dot{\theta}$ และความเร็วเชิงมุมของล้อตุนกำลังที่หมุนรอบแกน x_1 เป็น $\dot{\phi}$ กำหนดให้ความเร็วที่ตำแหน่ง B และ F คือ

$$|v_b| = \dot{\theta} h_b \tag{1}$$

$$|v_f| = \dot{\theta} h_f \tag{2}$$

เมื่อ h_b, h_f คือความสูงของจุดศูนย์ถ่วงของจักรยาน และความสูงของล้อตุนกำลัง ตามลำดับ

จากสมการลากรางจ์ (Lagrange equation) กำหนดดังนี้

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right\} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \tag{3}$$

เมื่อ T คือพลังงานจลน์ทั้งหมดของระบบ V คือพลังงานศักย์ทั้งหมดของระบบ Q_i คือแรงกระทำจากภายนอก

q_i คือพิกัดทั่วไป

โดยพิจารณา V, T ตามสมการดังนี้

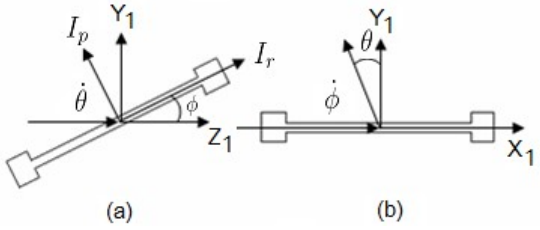
$$V = m_b g h_b cos\theta + m_f g h_f cos\theta \tag{4}$$

$$T = \frac{1}{2} m_b (|v_b|)^2 + \frac{1}{2} m_f (|v_f|)^2 + \frac{1}{2} I_b \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}[I_r \dot{\phi}^2 + I_p (\dot{\theta} sin\phi)^2 + I_r (\dot{\theta} cos\phi)^2]$$

$$T = \frac{1}{2} m_b (\dot{\theta}^2 h_b^2) + \frac{1}{2} m_f (\dot{\theta}^2 h_f^2) + \frac{1}{2} I_b \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}[I_r \dot{\phi}^2 + I_p (\dot{\theta} sin\phi)^2 + I_r (\dot{\theta} cos\phi)^2] \tag{5}$$

เมื่อ I_p คือโมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว I_r คือโมเมนต์ความเฉื่อยเชิงมุม I_b คือโมเมนต์ความเฉื่อยของจักรยาน

m_b คือมวลของจักรยาน (ไม่มีล้อตุนกำลัง) m_f คือมวลของล้อตุนกำลัง



รูปที่ 3 โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อตุนกำลัง : (a) ด้านข้าง (b) ด้านหน้า

พิจารณา $q_i = \theta$ ตามสมการลากรางจ์ ดังนี้

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}\right\} - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} = Q_\theta \tag{6}$$

นำสมการ (4) และ (5) แทนลงในสมการ (6) จะได้

$$\ddot{\theta}[m_b h_b^2 + m_f h_f^2 + I_b + I_p sin^2\phi + I_r cos^2\phi] + 2sin\phi cos\phi(I_p - I_r)\dot{\theta}\dot{\phi}$$
$$- g(m_b h_b + m_f h_f)sin\theta = I_p \omega \dot{\phi} cos\phi \tag{7}$$

พิจารณา $q_i = \phi$ ตามสมการลากรางจ์ ดังนี้

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}}\right\} - \frac{\partial T}{\partial \phi} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = Q_\phi \tag{8}$$

นำสมการ (4) และ (5) แทนลงในสมการ (8) จะได้

$$\ddot{\phi} I_r - \dot{\theta}^2(I_p - I_r)sin\phi cos\phi = T_m - I_p \omega \dot{\theta} cos\phi - B_m \dot{\phi} \tag{9}$$

เมื่อ B_m คือ สัมประสิทธิ์ความหนืดของมอเตอร์กระแสตรง กำหนดให้อัตราส่วนเชิงพลวัตของมอเตอร์กระแสตรงเป็น 5 : 1 ดังนั้นจะได้

$$T_m = 5K_m i \tag{10}$$

$$U = L\frac{di}{dt} + Ri + K_e \dot{\phi} \tag{11}$$

เมื่อ K_m คือค่าคงที่แรงบิดมอเตอร์ K_e คือค่าคงที่แรงเคลื่อนไฟฟ้ากลับ R คือความต้านทานของมอเตอร์ L คือความเหนี่ยวนำของมอเตอร์ T_m คือแรงบิดของมอเตอร์

นำสมการที่ (10) แทนลงในสมการ (9) และ ทำการประมาณค่าให้เป็นสมการเชิงเส้น (linearization) ในสมการที่ (7) และ (9) จะได้

$$\ddot{\theta}[m_b h_b^2 + m_f h_f^2 + I_b + I_r] - g(m_b h_b + m_f h_f)\theta - I_p \omega \dot{\phi} = 0 \tag{12}$$

$$\ddot{\phi} I_r + I_p \omega \dot{\theta} + B_m \dot{\phi} - 5K_m i = 0 \tag{13}$$

กำหนดตัวแปรสถานะ $x = \begin{bmatrix} \theta & \dot{\theta} & \dot{\phi} & i \end{bmatrix}^T, y = \theta$ และ $u = U$ เราสามารถเขียนแบบจำลองของระบบในรูปปริภูมิสถานะตามสมการ ดังนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

โดยที่

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{g(m_b h_b + m_f h_f)}{m_b h_b^2 + m_f h_f^2 + I_b + I_r} & 0 & \frac{I_p \omega}{m_b h_b^2 + m_f h_f^2 + I_b + I_r} & 0 \\ 0 & \frac{-I_p \omega}{I_r} & \frac{-B_m}{I_r} & \frac{5K_m}{I_r} \\ 0 & 0 & \frac{-K_e}{L} & \frac{-R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/L \end{bmatrix}^T, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 1 ค่าตัวแปรต่างๆ ของจักรยานหุ่นยนต์

ชื่อตัวแปร	ตัวแปร	ค่า
มวลของล้อตุนกำลัง	m_f	3 kg
มวลจักรยานหุ่นยนต์(ไม่มีล้อตุนกำลัง)	m_b	33 kg
ความสูงที่จุดศูนย์ถ่วงของล้อตุนกำลัง	h_f	0.68 m
ความสูงที่จุดศูนย์ถ่วงของจักรยาน	h_b	0.32 m
โมเมนต์ความเฉื่อยของจักรยาน	I_b	3.3792 $kg.m^2$
โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงขั้ว	I_p	0.039392 $kg.m^2$
โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงมุม	I_r	0.020026 $kg.m^2$
อัตราเร็วในการหมุนของล้อตุนกำลัง	ω	277.507 rad/s
ความเหนี่ยวนำของมอเตอร์	L	0.00026 H
ความต้านทานอาร์มาเจอร์ของมอเตอร์	R	1.2 Ω
สัมประสิทธิ์ความหนืดของมอเตอร์	B_m	0.0003 $kg.m^2/s$
ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์	K_m	1.25 Nm/A
ค่าคงที่แรงเคลื่อนไฟฟ้ากลับ	K_e	1.24 $V.s$
แรงโน้มถ่วงโลก	g	9.81 m/s^2

เมื่อแทนค่าตัวแปรต่างๆ จากตารางที่ 1 จะได้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 15.1485 & 0 & 1.3397 & 0 \\ 0 & -545.8682 & -0.0150 & 312.0943 \\ 0 & 0 & -4769.2 & -4615.4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3846.2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = 0, x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T, y = x_1$$

การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบวงเปิด

เราสามารถหาสมการลักษณะเฉพาะของระบบ ได้ตามสมการนี้

$$|\lambda I - A| = 0$$

จากสมการลักษณะเฉพาะ จะสามารถหาค่าลักษณะเฉพาะของระบบวงเปิดได้ดังนี้

$$\lambda_1 = 2.9, \lambda_2 = -5.2, \lambda_3 = -346.6, \lambda_4 = -4266.5$$

จากการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบวงเปิด พบว่ามีตำแหน่งโพลอยู่สี่ค่า โดยมีตำแหน่งโพลอยู่ครึ่งซ้ายของระนาบสามค่า และอยู่ครึ่งขวาของระนาบหนึ่งค่า เนื่องจากมีตำแหน่งโพลอยู่ครึ่งขวาของระนาบ ดังนั้นสรุปได้ว่าระบบวงเปิดไม่มีเสถียรภาพ

การวิเคราะห์การควบคุมได้ของระบบวงเปิด

จากสมการปริภูมิของระบบเชิงเส้น สามารถวิเคราะห์การควบคุมได้ของระบบวงเปิดได้จาก

$$M = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

เมื่อตรวจสอบลำดับชั้นของเมทริกซ์ M พบว่า $rank(M) = 4 = n$ ดังนั้นระบบมีคุณสมบัติสามารถควบคุมได้

การวิเคราะห์การสังเกตได้ของระบบวงเปิด

จากสมการปริภูมิของระบบเชิงเส้น สามารถวิเคราะห์การสังเกตได้ของระบบวงเปิดได้จาก

$$N = \begin{bmatrix} C & CA & CA^2 & \dots & CA^{n-1} \end{bmatrix}^T$$

เมื่อตรวจสอบลำดับชั้นของเมทริกซ์ N พบว่า $rank(N) = 4 = n$ ดังนั้นระบบมีคุณสมบัติสามารถสังเกตได้

การออกแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองเหมาะที่สุด

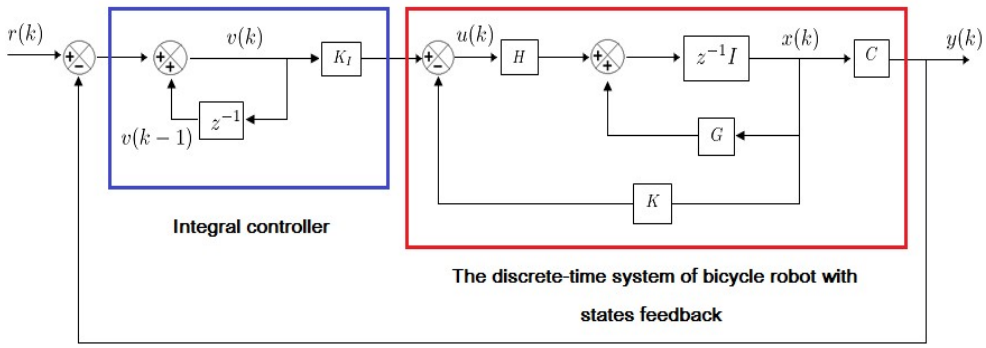
ระบบเวลาต่อเนื่องสามารถแสดงในระบบเวลาวิยุตได้ตามทฤษฎีดังนี้

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Gx(k) + Hu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned}$$

โดยที่ $G = e^{AT}, H = (\int_0^T e^{AT} d\lambda)B, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$

กำหนดให้คาบเวลาชักตัวอย่างของระบบเวลาวิยุตเป็น $T = 0.05$ วินาที จากทฤษฎีดังกล่าวจะได้เมทริกซ์ G และ H ดังนี้

$$G = \begin{bmatrix} 1.0184 & 0.0479 & 0.0002 & 0.00001 \\ 0.7249 & 0.9159 & 0.0038 & 0.0003 \\ -1.1588 & -1.5571 & -0.0065 & -0.0004 \\ 1.1922 & 1.6096 & 0.0067 & 0.0005 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0.0012 \\ 0.0486 \\ 0.7290 \\ 0.0796 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 4 แผนภาพการออกแบบระบบควบคุมของระบบเวลาวิยุต

ระบบควบคุมของระบบเวลาวิยุต กำหนดตามสมการดังนี้

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \tag{14}$$

$$y(k) = Cx(k) \tag{15}$$

$$v(k) = v(k-1) + r(k) - y(k) \tag{16}$$

$$u(k) = -Kx(k) + K_I v(k) \tag{17}$$

จากสมการที่ (16) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$v(k+1) = v(k) + r(k+1) - y(k+1) \tag{18}$$

จากสมการที่ (15) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$y(k+1) = Cx(k+1) \tag{19}$$

ให้สมการที่ (14) แทนลงในสมการที่ (19) จะได้

$$y(k+1) = C[Gx(k) + Hu(k)] \tag{20}$$

ให้สมการที่ (20) แทนลงในสมการที่ (18) จะได้

$$v(k+1) = -CGx(k) + v(k) - CHu(k) + r(k+1) \tag{21}$$

จัดรูปสมการที่ (14) และ (21) ให้อยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & o \\ -CG & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(k+1) \tag{22}$$

ให้สัญญาณขาเข้าเป็นสัญญาณขั้นบันได จะได้ $r(k) = r(k+1) = r(\infty) = 1$

เมื่อกำหนดให้ $k \longrightarrow \infty$ ดังนั้นสมการที่ (14) จะแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & o \\ -CG & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ v(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \tag{23}$$

ตัวแปรความผิดพลาดของระบบ $x_e(k) = x(k) - x(\infty), v_e(k) = v(k) - v(\infty), u_e(k) = u(k) - u(\infty)$

ให้สมการที่ (22) ลบกับสมการที่ (23) จะได้

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ v_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & o \\ -CG & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix} u_e(k) \tag{24}$$

จากสมการที่ (17) จะได้

$$u_e(k) = -Kx_e(k) + K_I v_e(k) = \begin{bmatrix} -K & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} \tag{25}$$

กำหนดให้ $w(k) = u_e(k), \hat{G} = \begin{bmatrix} G & 0 \\ -CG & 1 \end{bmatrix}, \hat{H} = \begin{bmatrix} H \\ -CH \end{bmatrix}, \hat{K} = \begin{bmatrix} K & -K_I \end{bmatrix}$

และ $\xi(k) = \begin{bmatrix} x_e(k) \\ v_e(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1e}(k) & x_{2e}(k) & x_{3e}(k) & x_{4e}(k) & x_{5e}(k) \end{bmatrix}^T$

โดยระบบควบคุมแบบวงปิด อยู่ในรูปแบบ $\xi(k+1) = \hat{G}\xi(k) + \hat{H}w(k)$

ค่าดรรชนีสมรรถนะ(performance index) กำหนดไว้ดังนี้

$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\infty}[\xi^T(k)Q\xi(k) + w^T(k)Rw(k)]$$

จะทำการหาสัญญาณควบคุม $w(k)$ เพื่อทำให้ J มีค่าน้อยที่สุด โดยมีเป้าหมายเพื่อการควบคุมตัวแปร $x_{1e}(k)$ ให้มีประสิทธิภาพ โดยกำหนดเมทริกซ์ Q และ R ไว้ดังนี้

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$$

สัญญาณควบคุมจะอยู่ในรูปแบบ $w(k) = -\hat{K}\xi(k)$ โดยที่ $\hat{K}$ คือเมทริกซ์เหมาะที่สุดในสภาวะคงที่ ดังนี้

$$\hat{K} = (R + \hat{H}^T P \hat{H})^{-1}\hat{H}^T P \hat{G}$$

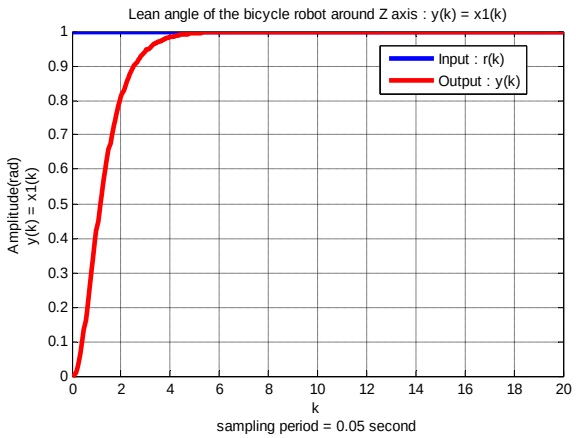
โดยที่ P หาได้จากการแก้สมการริคคาติในสภาวะคงที่(Steady-state Riccati equation) ตามสมการดังนี้

$$P = Q + \hat{G}^T P \hat{G} - \hat{G}^T P \hat{H}(R + \hat{H}^T P \hat{H})^{-1}\hat{H}^T P \hat{G}$$

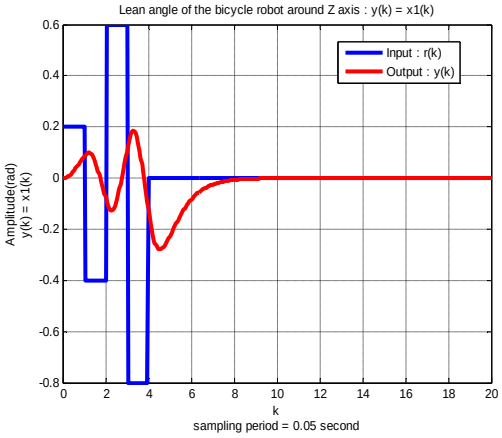
จากการคำนวณ จะได้ตัวควบคุม $\hat{K}$ ดังนี้

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} K & -K_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32.6472 & 5.9281 & 0.0243 & 0.0016 & -0.6658 \end{bmatrix}$$

ผลการทดลองและวิจารณ์



รูปที่ 5 ผลการทดสอบตัวควบคุม



รูปที่ 6 ผลการทดสอบการทรงตัวของจักรยานหุ่นยนต์

ในการจำลองระบบควบคุมจะใช้กล่องเครื่องมือของโปรแกรมแมทแลป Simulink โดยให้สัญญาณขาเข้าเป็นสัญญาณขั้นบันได และคาบเวลาชักตัวอย่างของระบบเวลาวิยุตเป็น $T = 0.05$ วินาที

จากรูปที่ 5 เป็นผลการทดสอบตัวควบคุม โดยให้สัญญาณขาเข้า $r(k)$ เป็นสัญญาณขั้นบันไดมีค่าเท่ากับ 1 เรเดียน และสัญญาณขาออกคือ $y(k) = x_1(k)$ นั่นคือมุม θ นั่นเอง พบว่ามี setting time ที่ 0.2 วินาที

จากรูปที่ 6 เป็นการทดสอบตัวควบคุม เพื่อการทรงตัวของจักรยานหุ่นยนต์ โดยให้สัญญาณขาเข้าเป็นสัญญาณขั้นบันได ทดสอบโดยการป้อน $r(k)$ เท่ากับ 0.2 , -0.4 , 0.6 และ-0.8 เรเดียน ตามลำดับ พบว่าจักรยานสามารถทรงตัวอยู่ที่เวลา 0.425 วินาที

สรุป

จากผลการทดสอบการทรงตัวของจักรยานหุ่นยนต์โดยวิธีการออกแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองเหมาะที่สุด พบว่าการออกแบบตัวควบคุมทำให้จักรยานหุ่นยนต์สามารถทรงตัวอยู่ได้ด้วยตัวเองอย่างมีประสิทธิภาพ ในงานวิจัยที่จะพัฒนาต่อไปเป็นการนำวิธีการ และผลจากการจำลองในครั้งนี้มาประยุกต์ใช้กับรถจักรยานหุ่นยนต์ที่มีอยู่ในห้องปฏิบัติการต่อไป

เอกสารอ้างอิง

Jason M. Gallaspy, “Gyroscopic Stabilization of A Stationary Unmanned Bicycle.”, M.S. Thesis, Auburn University, 1999.

Katsuhiko Ogata, “Designing Linear Control Systems with MATLAB.”, Matlab Curriculum Series, 1994.

Gene F. Franklin,J. David Powell ,Michael L. Workman, “Digital Control of Dynamic Systems.”, Third Edition, 1998.

Jeffrey B. Burl, “Linear Optimal Control H_2 and H_∞ Methods.”, Michigan Technological University,1999.

Jean-Jacques E. Slotine Weiping Li, “Applied Nonlinear Control.”, Massachusetts Institute of Technology,1991.